

336

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



336F

صبح جمعه

۹۱/۱۱/۱۸

دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۲

رشته‌ی
مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی (دینامیک، کنترل و ارتعاشات) (کد ۲۳۲۳)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۱

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییر برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- برای تابع مختلط $f(z) = \sin z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\sin z| = |\sin x|$ (۲) $|\sin x| \leq |\sin z| \leq 1$

(۳) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + (\sinh y)^2$ (۴) $\sin^2 x + (\sinh y)^2 < |\sin z|^2 < \sin^2 x + (\cosh y)^2$

۲- اگر سری فوریه مثلثاتی تابع زیر را بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi \leq x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

آنگاه مقادیر سری‌های عددی $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ و $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$ ، کدام است؟

(۱) $B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{16}$ (۲) $B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{8}$

(۳) $B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{8}$ (۴) $B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{4}$

۳- تبدیل $w = \sinh z$ نیمه نوار $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \geq 0$ از صفحه z را به کدام ناحیه از صفحه w می‌نگارد؟

- (۱) نیمه نوار $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \leq 0$ (۲) اجتماع ربع‌های اول و دوم صفحه w
(۳) اجتماع ربع‌های دوم و سوم صفحه w (۴) اجتماع ربع‌های اول و چهارم صفحه w

۴- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < L, t > 0 \\ u(0, t) = 0, u_x(L, t) = 0, u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن $\phi(x)$ و $f(x, t)$ توابع پیوسته و تکه‌ای هموار مفروض هستند. دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه، کدام است؟

(۱) $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{L} \right\}$ (۲) $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{2L} \right\}$

(۳) $\left\{ \sin \frac{(2K-1)\pi}{2L} x \right\}$ (۴) وجود ندارد.

۵- برای تابع مختلط $f(z) = \cos z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(۱) |\cos z| = |\cos x| \quad (۲) |\cos x| \leq |\cos z| \leq ۱$$

$$(۳) |\cos z|^2 = \cos^2 x + (\cosh y)^2 \quad (۴) |\cos z|^2 = \cos^2 x + (\sinh y)^2$$

۶- در مورد تابع مختلط $f(z) = \cosh z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(۱) |\sinh x| \leq |\cosh z| \leq \cosh x$$

$$(۲) |\cosh z|^2 = (\cosh x)^2 + \cos^2 y$$

$$(۳) \text{تنها صفرهای این تابع (تنها ریشه‌های آن) عبارت اند از } z_k = \left(2K + \frac{1}{2}\right)\pi i$$

(۴) این تابع صفر ندارد (ریشه ندارد)

۷- تبدیل لاپلاس $U(x, s)$ جواب کراندار مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -e^{-t}, \quad \forall x > 0, \quad \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad \forall x > 0 \\ u(0, t) = \mu(t), \quad \forall t > 0 \end{cases}$$

تابع معلوم و تکه‌ای پیوسته

کدام است؟

$$(۱) \left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$$(۲) \left[\mathcal{L}\phi\{\mu(t)\} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$$(۳) \left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1}$$

$$(۴) \left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s+1}$$

۸- فرض کنیم $a_1 = b, a_\gamma = bc, a_\gamma = b^2 c, a_\gamma = b^2 c^2, \dots, a_\gamma = b^2 c^2, a_{\gamma n} = (bc)^n, a_{\gamma n+1} = b(bc)^n, \dots$ به طوری که

$0 < bc < 1, c > 1, 0 < b < 1$ دامنه تعریف $S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ با $(a_0 = 1)$ به عنوان یک تابع تحلیلی، کدام است؟

$$(۱) |z| < \frac{1}{\sqrt{bc}} \quad (۲) |z| < \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$(۳) |z| < \frac{1}{\sqrt{b}} \quad (۴) \text{تمام صفحه } z \text{ است.}$$

۹- سری فوریۀ مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \\ x - \frac{3\pi}{2}, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$ کدام است؟

(۲) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2K-1)} \cos(2K-1)x$

(۱) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

(۴) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

(۳) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{2}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

۱۰- با انتگرال گیری از تابع e^{-z^2} روی مرز پیرامون مستطیل $|x| \leq a$ و $0 \leq y \leq b$ در جهت مثلثاتی و سپس میل دادن a به بی نهایت، تعیین کنید که مقدار $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{1}{2}b^2}$

(۱) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2}$

(۴) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{1}{2}b^2}$

(۳) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{b^2}$

۱۱- ناحیۀ بین نیم محور x مثبت و نیمساز ربع اول صفحۀ xy در اثر تبدیل $W = \frac{z^2 + i}{iz^2 + 1}$ به کدام ناحیه از صفحۀ W نگاشته می شود؟

(۲) نیمۀ پایینی صفحۀ W
(۴) خارج دایرۀ واحد

(۱) نیمۀ بالایی صفحۀ W
(۳) داخل دایرۀ واحد

۱۲- فرض کنیم:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, & 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) = \frac{L}{4} - \left| x - \frac{L}{4} \right|, & u_t(x, 0) = x(L-x), & 0 \leq x \leq L \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) \end{cases}$$

در این صورت مقدار $u\left(\frac{L}{4}, \frac{3L}{4a}\right)$ کدام است؟

(۲) $-\frac{11L^3}{192a}$

(۱) $-\frac{11L^3}{96a}$

(۴) $\frac{11L^3}{96a}$

(۳) $\frac{11L^3}{192a}$

۱۳- با انتگرال گیری از تابع مناسب روی کرانه مستطیل $|x| < R$ و $0 < y < 2\pi$ در جهت مثبت و به کاربردن قضیه مانده، و

سرانجام میل دادن R به بی نهایت، مقدار انتگرال $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ ، $0 < a < 1$ ، ثابت، کدام خواهد بود؟

(۲) $\frac{\pi}{\cos \pi a}$

(۱) $\frac{\pi}{\sin \pi a}$

(۳) $\frac{e^a}{\sin \pi a}$

(۴) واگراست.

۱۴- برای مسئله مقدار اولیه مرزی: $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$, $0 < x < L$, $t > 0$:

$$u_t(x, 0) = 0, u(x, 0) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ L-x, & \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases} \quad (\text{موضع اولیه})$$

$$u(0, t) = 0 = u(L, t)$$

موج یک بعدی بر قطعه خط $0 \leq x \leq L$ ، مقدار $u(\frac{L}{2}, \frac{nL}{a})$ در نقطه $x = \frac{L}{2}$ و $t = \frac{nL}{a}$ ، کدام است؟ (n عدد صحیح نامنفی)

(۲) $(-1)^n \frac{L}{2a}$

(۱) $\frac{La}{2}$

(۴) $(-1)^{n-1} \frac{L}{2}$

(۳) $(-1)^n \frac{L}{2}$

۱۵- توابع ویژه (eigen functions) مسئله مقدار مرزی زیر کدام است؟

$$y''(x) - 2y'(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$y(0) = y(\pi) = 0$$

(۲) $\varphi_n(x) = e^x \sin nx$; $n = 1, 2, \dots$

(۱) $\varphi_n(x) = e^x \cos nx$; $n = 1, 2, \dots$

(۴) $\varphi_{n,m}(x) = \sinh mx \sin nx$; $n, m = 1, 2, \dots$

(۳) $\varphi_n(x) = \sinh \sin nx$; $n = 1, 2, \dots$

۱۶- مقدار انتگرال $\int_0^\infty \frac{(\ln x)^2}{1+x^2} dx$ (با انتخاب مرز مناسب)، کدام است؟

(۲) $\frac{\pi^2}{8}$

(۱) $\frac{\pi^2}{16}$

(۳) $\frac{\pi^2}{4}$

(۴) همگرا نیست (بینهایت می شود)

۱۷- در مورد خود الحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$ کدام عبارت درست است؟
(۱) خود الحاق است. (۲) برای $n = 0$ خود الحاق است.

(۳) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خود الحاق می‌شود. (۴) با ضرب در $\frac{1}{x^2}$ خود الحاق می‌شود.

۱۸- ثابت‌های $a > 0$ و $b > 0$ و $-1 < \gamma < 1$ مفروض‌اند. اگر $\int_0^\infty \frac{x^\gamma}{(x+a)(x+b)} dx = \frac{\pi}{\sin(\pi\gamma)} \left(\frac{b^\gamma - a^\gamma}{b-a} \right)$ ، آنگاه

مقدار انتگرال $\int_0^\infty \frac{x^\beta}{(x+a)^2} dx$ و $(-1 < \beta < 1)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$ (۲) $\frac{a\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$

(۳) $\frac{2\pi\beta a^{\beta-1}}{\sin(\pi\beta)}$ (۴) $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^{\beta-1}$

۱۹- اگر بسط سری فوریه سینوسی تابع $f(x) = x(\pi - x)$ ، $0 \leq x \leq \pi$ به صورت زیر باشد:

$$x(\pi - x) = \frac{8}{\pi} \left(\frac{\sin x}{1^3} + \frac{\sin 3x}{3^3} + \frac{\sin 5x}{5^3} + \dots \right)$$

آنگاه مقدار سری عددی

$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} + \frac{1}{11^3} - \dots$ کدام است؟

(۱) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{128}$ (۲) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{64}$

(۳) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{32}$ (۴) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{256}$

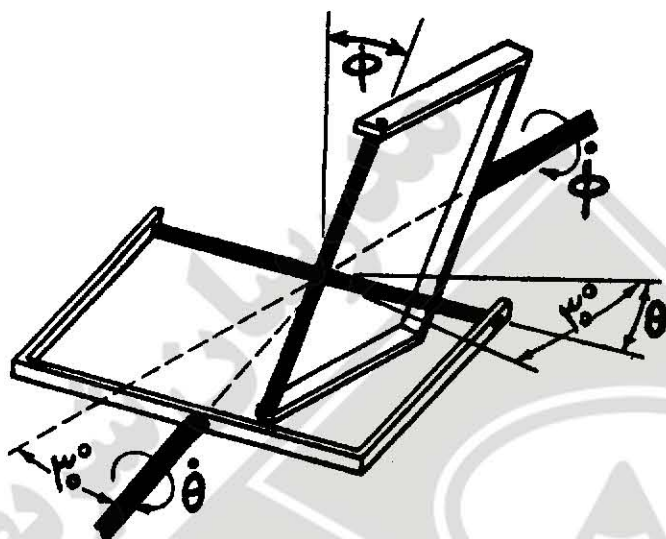
۲۰- سری فوریه تابع متناوب $f(x)$ با دوره تناوب ۲، $f(x+2) = f(x)$ به صورت ترکیب خطی کدام یک از خانواده توابع زیر است؟

(۱) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos x, \sin x \right\}$ (۲) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos(n\pi x), \sin(n\pi x), \forall n = 1, 2, 3, \dots \right\}$

(۳) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos x, \sin nx, \forall n = 1, 2, 3, \dots \right\}$ (۴) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right), \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right), \forall n = 1, 2, 3, \dots \right\}$

۲۱- دو شفت متقاطع در صفحه افق توسط عضو صلیبی شکل قفل کاردان به هم متصل شده‌اند. زاویه حاده بین راستای دو شفت

۳۰° می‌باشد. نسبت $\frac{\dot{\phi}}{\dot{\theta}}$ برابر با کدام است؟



$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\frac{2 \tan \theta}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3 + \sin^2 \theta} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{1 + 3 \sin^2 \theta} \quad (4)$$

۲۲- نیروهای تعمیم یافته Q_ϕ و Q_θ در مختصات کروی، کدام است؟

$$Q_\theta = F_x R \cos \theta \cos \phi + F_y R \sin \theta \sin \phi - F_z R \sin \theta \quad (1)$$

$$Q_\phi = F_x R \sin \theta \sin \phi - F_y R \sin \theta \cos \phi$$

$$Q_\theta = F_x R \cos \theta - F_y R \sin \phi + F_z R \cos \phi \quad (2)$$

$$Q_\phi = F_x R \sin \phi - F_y R \cos \theta \cos \phi$$

$$Q_\theta = F_x R \cos \theta + F_y R \sin \phi - F_z R \cos \phi \quad (3)$$

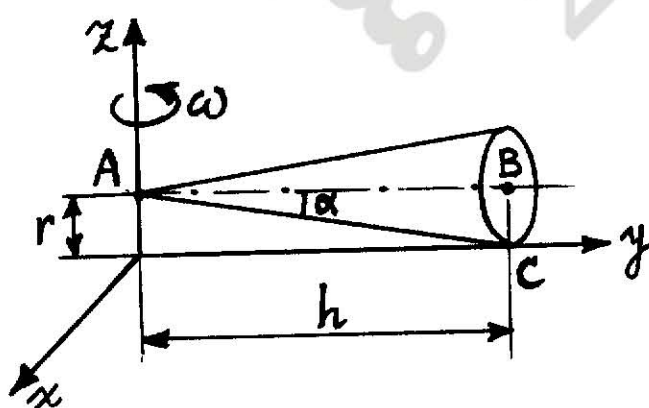
$$Q_\phi = F_x R \sin \phi + F_y R \cos \theta \cos \phi$$

$$Q_\theta = F_x R \cos \theta \cos \phi + F_y R \cos \theta \sin \phi - F_z R \sin \theta \quad (4)$$

$$Q_\phi = -F_x R \sin \theta \sin \phi + F_y R \sin \theta \cos \phi$$

۲۳- مخروطی مطابق شکل روی سطح افق غلت بدون لغزش می‌کند. محور AB با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول محور z می‌چرخد.

مقدار سرعت زاویه‌ای مطلق مخروط، کدام است؟



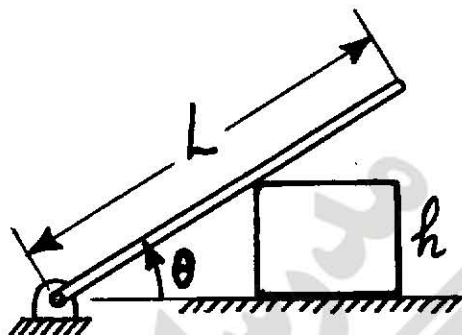
$$\omega \frac{h}{r} \quad (1)$$

$$\frac{\omega}{\sin \alpha} \quad (2)$$

$$\omega \cot \alpha \quad (3)$$

$$\omega \quad (4)$$

۲۴- جعبه‌ای به ارتفاع h مطابق شکل روبه‌رو با سرعت v به سمت چپ حرکت می‌کند و میله را بلند می‌کند. سرعت زاویه‌ای میله بر حسب θ ، h و v ، برابر کدام است؟



(۱) $\dot{\theta} = \frac{v \sin^2 \theta}{h}$

(۲) $\dot{\theta} = \frac{v \cos^2 \theta}{h}$

(۳) $\dot{\theta} = \frac{v \tan^2 \theta}{h}$

(۴) $\dot{\theta} = \frac{v \cos \theta}{h}$

۲۵- کره‌ای کوچک به جرم m به انتهای میله سبکی متصل شده است. میله در نقطه O حول لولای افقی می‌تواند حرکت کند. فاصله O تا مرکز کره برابر با ℓ است. اگر کره از حالت سکون با زاویه $\theta \approx 0^\circ$ رها شود، حداکثر نیروی کششی در میله چه اندازه است؟



(۱) mg

(۲) $2mg$

(۳) $3mg$

(۴) $5mg$

۲۶- سرعت نقطه‌ای در فضا برابر $\vec{v} = 8t\vec{i} + 10\vec{j} - 12t^2\vec{k}$ می‌باشد، مؤلفه‌های شتاب مماسی و شتاب نرمال در لحظه $t = 0$ برابر کدام است؟

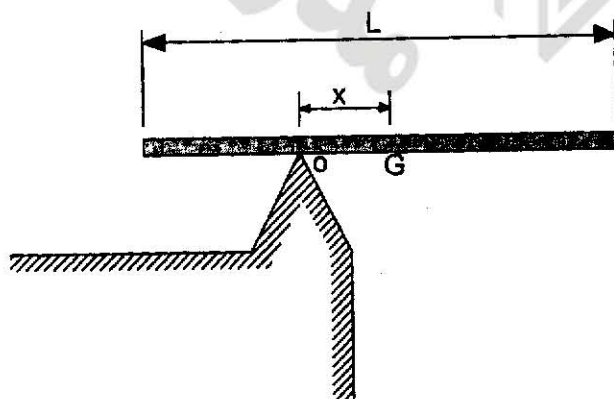
(۲) $a_n = 8, a_t = 24$

(۱) $a_n = 24, a_t = 8$

(۴) $a_n = 0, a_t = 8$

(۳) $a_n = 8, a_t = 0$

۲۷- میله‌ای یکنواخت از ایست در حالت افقی رها می‌شود. مقدار x چقدر باشد، تا شتاب زاویه‌ای میله ماکزیمم شود؟



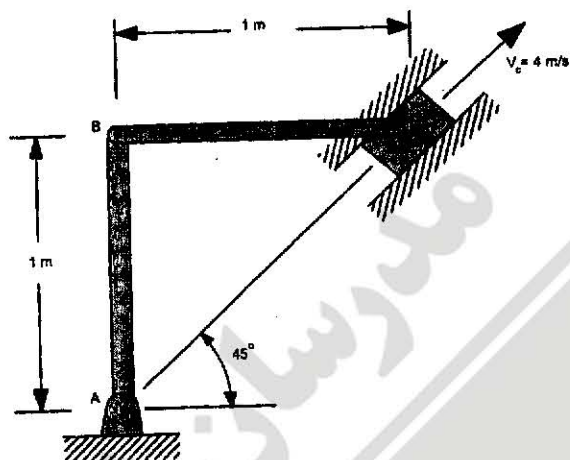
(۱) $\frac{L}{2\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{L}{3\sqrt{2}}$

(۳) $\frac{2L}{\sqrt{3}}$

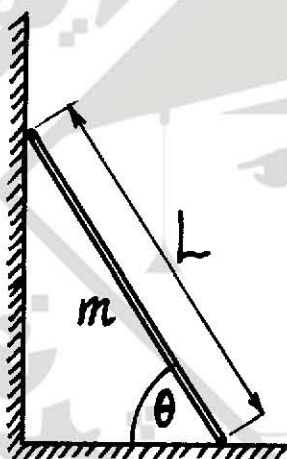
(۴) $\frac{3L}{\sqrt{2}}$

۲۸- در لحظه نشان داده شده در شکل روبه‌رو، سرعت C برابر ۴ متر بر ثانیه می‌باشد. سرعت زاویه‌ای میله AB در همین لحظه، چند رادیان بر ثانیه است؟



- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) $3\sqrt{3}$

۲۹- معادله حرکت میله روبه‌رو، کدام است؟ (طول میله L و جرم آن m است.)



- (۱) $2L\ddot{\theta} + 5g \cos \theta = 0$
- (۲) $2L\ddot{\theta} + 3g \cos \theta = 0$
- (۳) $2L\ddot{\theta} - 3g \cos \theta = 0$
- (۴) $L\ddot{\theta} - 3g \sin \theta = 0$

۳۰- هرگاه R ماتریس دوران و ϕ_x, ϕ_y به ترتیب دوران حول محور x و y باشند، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

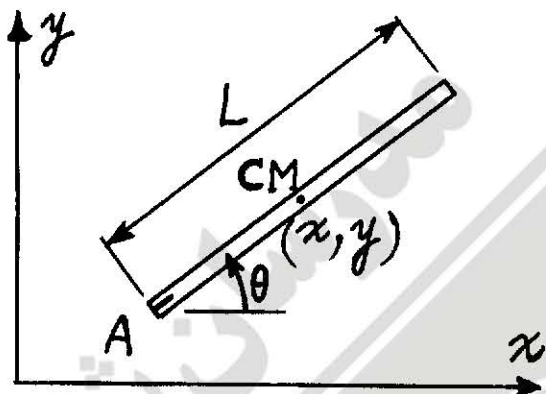
- (۱) $R(\phi_y)R(\phi_x) = R(\phi_x)R(\phi_y)$ و $R^T = R^{-1}$
- (۲) $R(d\phi_y)R(d\phi_x) = R(d\phi_x)R(d\phi_y)$ و $R^T = R$
- (۳) $R(\phi_y)R(\phi_x) \neq R(\phi_x)R(\phi_y)$ و $R^T = R^{-1}$
- (۴) $R(d\phi_y)R(d\phi_x) \neq R(d\phi_x)R(d\phi_y)$ و $R^T = R^{-1}$

۳۱- هرگاه در مختصات استوانه‌ای e_r, e_ϕ و e_z به ترتیب بردارهای یک‌ه باشند، آنگاه مشتقات آن‌ها برابر کدام است؟

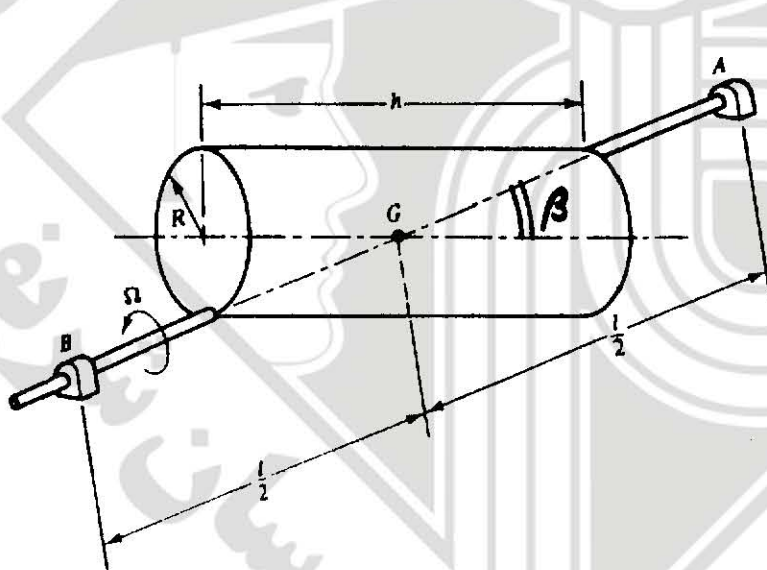
- (۱) $\dot{e}_z = 0, \dot{e}_r = \dot{\phi}e_\phi, \dot{e}_\phi = \dot{\phi}e_r$
- (۲) $\dot{e}_z = 0, \dot{e}_r = -\dot{\phi}e_\phi, \dot{e}_\phi = \dot{\phi}e_r$
- (۳) $\dot{e}_z = 0, \dot{e}_r = -\dot{\phi}e_\phi, \dot{e}_\phi = -\dot{\phi}e_r$
- (۴) $\dot{e}_z = 0, \dot{e}_r = \dot{\phi}e_\phi, \dot{e}_\phi = -\dot{\phi}e_r$

۳۲- میله‌ی همگن زیر در صفحه‌ی افقی حرکت کرده و در انتهای A دارای قید لبه - چاقویی (knife-edge) می‌باشد. این قید از ایجاد مؤلفه‌ی سرعت نقطه‌ی A در راستای عمود بر میله جلوگیری می‌کند. با توجه به مختصات عمومی نشان داده شده $\{x, y, \theta\}$ ، این مسأله درجه آزادی با یک قید دیفرانسیلی می‌باشد.

- (۱) انتگرال پذیر
(۲) انتگرال ناپذیر
(۳) انتگرال پذیر
(۴) انتگرال ناپذیر

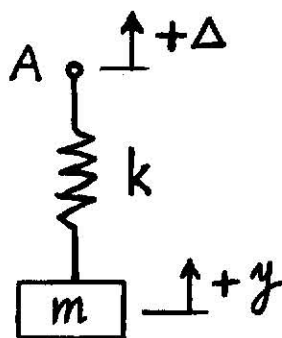


۳۳- استوانه‌ی توپر و یکنواخت مقابل دارای جرم m و شعاع R بوده و به محور بدون جرم AB که از مرکز جرم آن می‌گذرد جوش داده شده است. با صرف نظر از شدت جاذبه‌ی زمین، اگر استوانه حول محور AB با سرعت ثابت Ω دوران کند، اندازه‌ی نیروی عکس‌العمل در یاتاقانهای A و B چند برابر $mR\Omega^2$ می‌باشد؟ ($h = 2R$, $l = 4R$, $\beta = 45^\circ$)



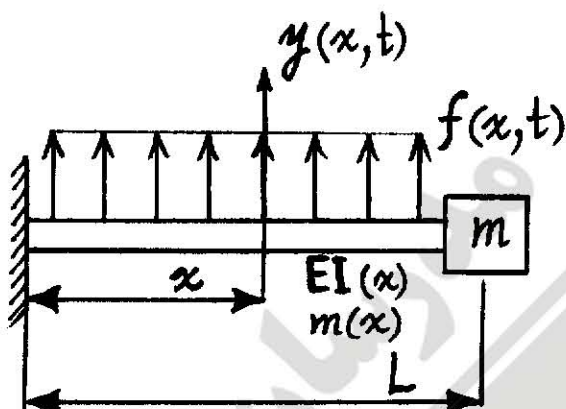
- (۱) $\frac{1}{48}$
(۲) $\frac{1}{48\sqrt{2}}$
(۳) $\frac{1}{96}$
(۴) ۰

۳۴- سیستم جرم و فلز از نقطه A آویخته شده است. اگر جابه‌جایی ثابت Δ به ناگهان به نقطه A داده شده و شرایط اولیه، صفر در نظر گرفته شود، پاسخ $y(t)$ کدام است؟



- (۱) $y = \Delta(1 - \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t)$
(۲) $y = \Delta \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$
(۳) $y = \frac{mg}{k} + \Delta$
(۴) $y = \Delta$

۳۵- معادله ارتعاشی تیر یکسر گیردار شکل زیر، کدام است؟ ($0 < x < L$)



$$+\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] - f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

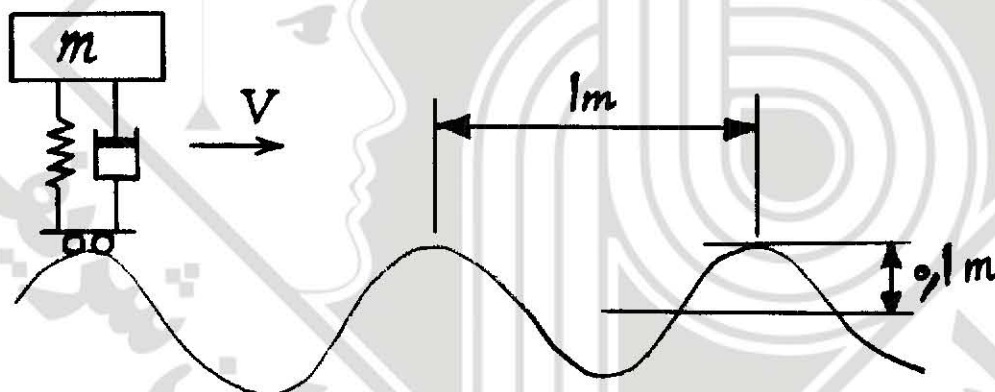
۳۶- خودرویی مطابق شکل مدل شده و بر روی سطح ناهموار سینوسی با سرعت $v = \frac{\Delta m}{s}$ حرکت می‌کند. اگر مقدار میرایی

کمک فنر خودرو (c) را افزایش دهیم، نوسانات (جابه‌جایی) جرم خودرو

$$k = 25000 \frac{N}{m}$$

$$c = 1000 \text{ N.s}$$

$$m = 250 \text{ kg}$$



(۲) کاهش می‌یابد.

(۱) افزایش می‌یابد.

(۴) مستقل از مقدار ضربه میرایی می‌باشد.

(۳) قابل پیش‌بینی و مشخص نیست.

۳۷- معادله حرکت یک سیستم یک درجه آزادی به صورت $\ddot{\phi} + \frac{c}{4m} \dot{\phi} + \frac{\Delta k}{\Delta m} \phi = 0$ است.

نسبت میرایی ζ برابر کدام است؟

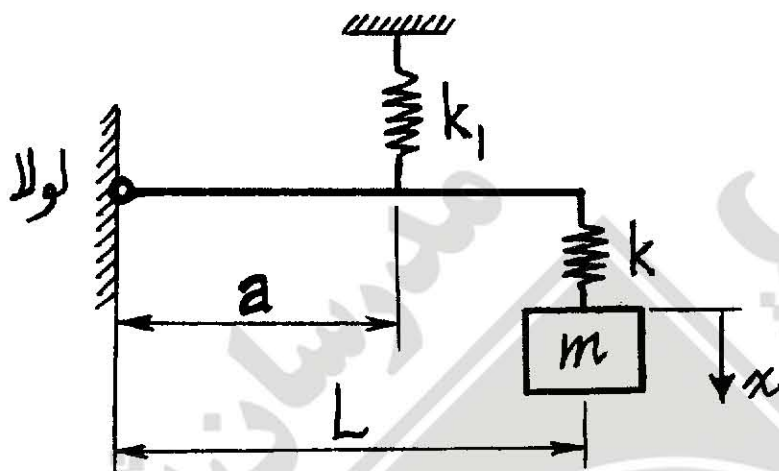
$$\frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (2)$$

$$\frac{c}{\sqrt{km}} \quad (1)$$

$$\frac{c}{4\sqrt{km}} \quad (4)$$

$$\frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (3)$$

۳۸- ضریب فنریت معادل سیستم روبه‌رو، کدام است؟



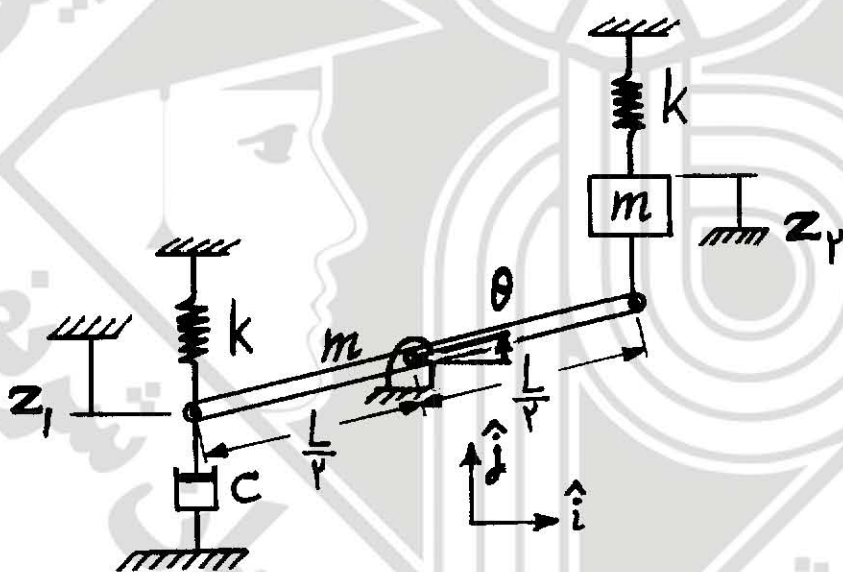
$$k + \frac{L^2}{a^2} k_1 \quad (1)$$

$$\frac{(k + k_1) k_1 a^2}{k L^2 + k_1 a^2} \quad (2)$$

$$\frac{(k + k_1) k a^2}{k L^2 + k_1 a^2} \quad (3)$$

$$\frac{k_1 k a^2}{k L^2 + k_1 a^2} \quad (4)$$

۳۹- مقدار ضریب میرایی 'c' در سیستم روبه‌رو چقدر باشد، تا سیستم میرایی بحرانی قرار گیرد؟



$$c_{cr} = \sqrt{\frac{32 km}{3}} \quad (1)$$

$$c_{cr} = \sqrt{\frac{32 km}{\gamma}} \quad (2)$$

$$c_{cr} = \sqrt{\frac{24 km}{\Delta}} \quad (3)$$

$$c_{cr} = \sqrt{\frac{24 km}{\gamma}} \quad (4)$$

۴۰- شکل روبه‌رو، یکی از مود شیب‌های طبیعی یک تیر یکسر گیردار را نشان می‌دهد. انجام کدام یک از کارهای زیر سبب تحریک این مود شیب می‌شود؟



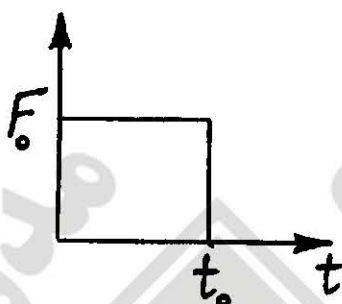
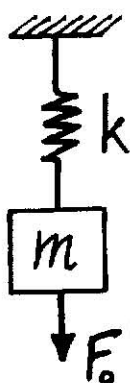
(۱) اعمال نیروی قائم $F_0 \sin \omega t$ در نقطه B از تیر

(۲) اعمال نیروی قائم $F_0 \sin \omega t$ در نقطه‌ای غیر از B از تیر

(۳) اعمال ممان متمرکز $M_0 \sin \omega t$ در نقطه A از تیر

(۴) اعمال همزمان نیروی $F_0 \sin \omega t$ در نقطه B و ممان متمرکز $M_0 \sin \omega t$ در نقطه A

۴۱- نیروی پله‌ای به ارتفاع F_0 و به مدت t_0 به یک سیستم جرم - فنر وارد می‌شود. پاسخ سیستم در $t > 0$ کدام است؟



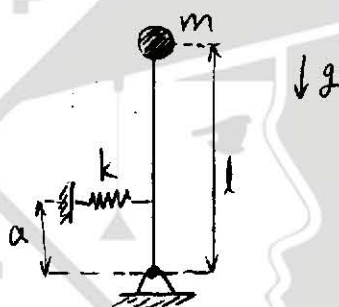
$$x(t) = \frac{F_0}{k} \quad (1)$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k} (1 - \cos \omega_n t) \quad (2)$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k} (1 - \cos \omega_n (t - t_0)) \quad (3)$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k} (\cos \omega_n (t - t_0) - \cos \omega_n t) \quad (4)$$

۴۲- فرکانس طبیعی سیستم روبه‌رو، با افزایش شتاب ثقل g ، چه تغییری می‌کند؟



(۱) افزایش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد.

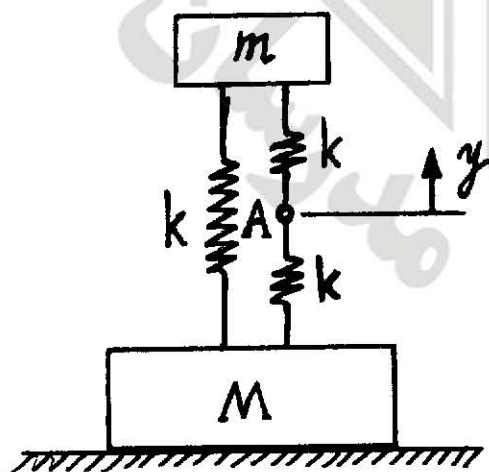
(۳) وابسته به مقادیر m ، k ، a و l ممکن است افزایش یا کاهش داشته باشد.

(۴) تفاوتی نمی‌کند.

۴۳- سیستم روبه‌رو متشکل از ۲ جرم و ۳ فنر مفروض است.

اگر حرکت معلوم $y = Y \sin \omega t$ به نقطه A وارد شود،

حداقل ω^2 چقدر باشد، تا جرم سنگین M از زمین جدا شود؟



$$\frac{2k}{m} \quad (1)$$

$$\frac{k}{M} \left(\frac{2mg - 2kY}{Mg - kY} \right) \quad (2)$$

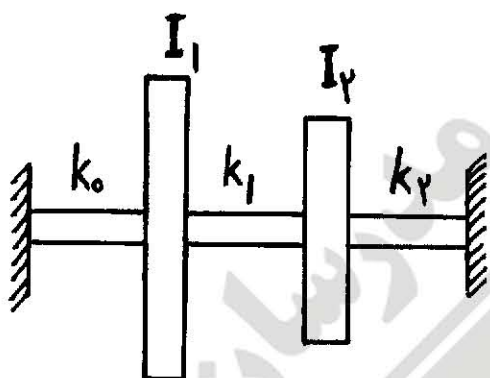
$$\frac{k}{m} \left(\frac{2Mg - 2kY}{Mg - kY} \right) \quad (3)$$

$$\frac{k}{m} \left(\frac{2Mg - 2kY}{Mg - kY} \right) \quad (4)$$

-۴۴

سیستم روبه‌رو شامل دو دیسک می‌باشد، که با رابط‌های کشسان به هم وصل شده‌اند.

معادلات ارتعاشی سیستم کدام است؟



$$I_1 \ddot{\theta}_1 - k_1 \theta_1 + k_1 \theta_2 = 0 \quad (1)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0 \quad (2)$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 - k_1 (\theta_1 - \theta_2) + k_2 \theta_1 = 0 \quad (3)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 - k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0 \quad (4)$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 (\theta_1 - \theta_2) + k_2 \theta_1 = 0 \quad (5)$$

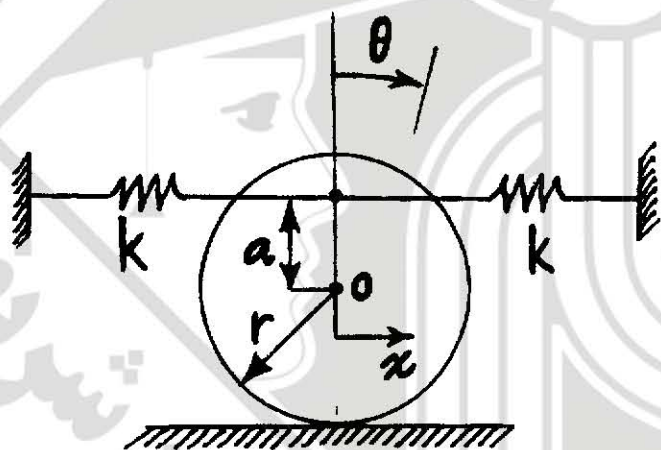
$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0 \quad (6)$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 (\theta_1 - \theta_2) - k_2 \theta_1 = 0 \quad (7)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_1 (\theta_2 - \theta_1) - k_2 \theta_2 = 0 \quad (8)$$

-۴۵

فرکانس طبیعی سیستم روبه‌رو، کدام است؟ $I_o = \frac{1}{2} m r^2$



$$\omega_n = \sqrt{\frac{r k (r + a)^2}{m r^2}} \quad (1)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k (r + a)^2}{m r^2}} \quad (2)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{r k (r + a)^2}{r m r^2}} \quad (3)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\lambda k (r + a)^2}{\Delta m r^2}} \quad (4)$$